

Методические указания к выполнению курсовой работы по динамике полета.

Содержание и объем курсовой работы.

Курсовая работа включает следующие разделы.

1. Формирование исходных данных.
2. Расчет летно-технических характеристик.
 - 2.1 Горизонтальный полет для среднего веса самолета на различных высотах с использованием метода тяг.
 - 2.2 Построение области возможных режимов полета в координатах (H, M) .
3. Расчет траектории полета.
 - 3.1 Выбор наиболее выгодного режима крейсерского полета для нескольких значений массы самолета $\Delta m = 5$ т.
 - 3.2 Взлет и набор высоты.
 - 3.3 Снижение и посадка.
4. Выводы.

1. Формирование исходных данных.

В качестве прототипа рассматривается самолет среднего класса типа ТУ-204, который имеет 2 двигателя и максимальное значение числа M полета составляет 0.85. Предполагается, что балансирующая поляра является квадратичной со смещенной вершиной для всех режимов полета (взлет, посадка, пробег и полет в обычной конфигурации), причем при полете в обычной конфигурации аэродинамические характеристики изменяются в зависимости от числа M . Такой подход в изменении аэродинамических характеристик позволяет достаточно просто учитывать выпуск и уборку закрылков, предкрылков, спойлеров и шасси на взлетно-посадочных режимах.

Каждый студент получает индивидуальное задание, определяемое набором из 7 коэффициентов (см. таблицу 1), с помощью которых варьируются следующие параметры:

1. коэффициент отвала поляры A ,
2. производная коэффициента подъемной силы по углу атаки C_y^α ,
3. максимальная тяга двигателей P_{\max} ,
4. удельный расход топлива C_e ,
5. взлетная масса самолета $m_{\text{взл}}$,
6. посадочная масса самолета $m_{\text{пос}}$,
7. плотность атмосферы ρ .

Самолет типа ТУ-204. Исходные данные.

$$\begin{aligned} m_{\text{взл}} &= 100 \text{ т}, \quad m_{\text{пос}} = 80 \text{ т}, \quad S = 168 \text{ м}^2, \\ C_y &= C_y^\alpha (\alpha - \alpha_0), \quad C_x = C_{x0}(M) + A(C_y - C_{ym})^2. \\ A &= A_{\text{ном}}(1 + 0.1K_A), \quad C_y^\alpha = (C_y^\alpha)_{\text{ном}}(1 + 0.1K_{C_y^\alpha}), \\ P_{\max} &= (P_{\max})_{\text{ном}}(1 + 0.1K_P), \quad C_e = (C_e)_{\text{ном}}(1 + 0.1K_{C_e}), \\ m_{\text{взл}} &= (m_{\text{взл}})_{\text{ном}} + 5\text{т} \cdot K_{m_{\text{взл}}}, \quad m_{\text{пос}} = (m_{\text{пос}})_{\text{ном}} + 5\text{т} \cdot K_{m_{\text{пос}}}, \\ \rho &= \rho_{\text{ном}}(1 + 0.05K_\rho). \end{aligned}$$

Аэродинамические характеристики приведены на рис. 1,2 и в таблице 2, характеристики максимальной тяги одного двигателя P_{\max} , удельного расхода C_e и тяги двигателя в режиме "малого газа" $P_{\text{мг}}$ (или минимальной тяги $P_{\text{мин}}$) приведены соответственно на рис. 3 и в таблицах 3, 4, 5. Характеристика дросселирования тяги двигателя, т. е. зависимость удельного расхода топлива от числа оборотов двигателя, считается одинаковой для всех высот и скоростей полета и аппроксимируется квадратичной зависимостью:

$$\begin{aligned} C_R &= 0.9028 + 3 \cdot (R - 0.82)^2, \\ R &= \frac{P}{P_{\text{расп}}}, \quad P_{\text{расп}} = 2P_{\max}. \end{aligned}$$

Таблица 1.
Формирование вариантов.

N	K_A	$K_{C_y^a}$	K_P	K_{C_e}	$K_{взл}$	$K_{пос}$	K_p
1	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
3	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1
4	0	-1	+1	0	+1	-1	0
5	+1	0	-1	+1	0	+1	-1
6	+1	-1	0	-1	+1	0	+1
7	0	+1	-1	0	-1	+1	0
8	+1	0	+1	-1	0	+1	-1
9	-1	+1	0	+1	-1	0	-1
10	0	0	+1	+1	-1	-1	0
11	-1	0	0	+1	+1	-1	-1
12	-1	-1	0	0	+1	+1	-1
13	+1	-1	-1	0	0	+1	+1
14	+1	+1	-1	-1	0	0	+1
15	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1
16	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1
17	0	-1	+1	+1	-1	0	0
18	-1	+1	+1	-1	0	0	-1
19	+1	+1	-1	0	0	-1	+1
20	+1	-1	0	0	-1	+1	+1

Таблица 2.
Аэродинамические характеристики самолета типа ТУ-204.

M	C_{x0}	C_{ym}	α_0°	$C_{доп}$	A	C_y^α
0.40	0.018	0.180	-1.25	1.12	0.080	0.100
0.60	0.019	0.180	-1.10	1.04	0.084	0.100
0.70	0.020	0.175	-1.03	0.98	0.092	0.102
0.75	0.021	0.170	-0.98	0.94	0.097	0.107
0.80	0.022	0.160	-0.92	0.89	0.112	0.120
0.85	0.027	0.150	-0.85	0.84	0.172	0.120
Взлет	0.105	0.8	-5.0	1.8	0.10	0.10
Посадка	0.170	0.9	-9.0	2.2	0.07	0.10
Пробег	0.190	0.6	-1.5	1.4	0.06	0.10

Таблица 3.Максимальная тяга одного двигателя. $P_{\max}(H, M)$, кг.

	$H_{\text{км}}=0$	2	4	6	8	10	12
$M=0$	12650.						
0.1	11525.	9940.					
0.2	10720.	9200.	7900.				
0.3	9950.	8580.	7300.	6170.			
0.4	9300.	8020.	6900.	5900.	4890.		
0.5	8720.	7670.	6610.	5730.	4725.	3790.	
0.6	8500.	7360.	6420.	5580.	4640.	3810.	2830.
0.7		7200.	6270.	5450.	4630.	3850.	2900.
0.8			6150.	5340.	4620.	3910.	2950.
0.85				5250.	4620.	3990.	2995.

Таблица 4.Удельный расход топлива. $C_e(H, M)$, (кг топлива)/(кг тяги * час полёта).

	$H_{\text{км}}=0$	2	4	6	8	10	12
$M=0$	0.355						
0.1	0.388	0.380					
0.2	0.432	0.422	0.414				
0.3	0.478	0.469	0.462	0.454			
0.4	0.532	0.518	0.505	0.495	0.487		
0.5	0.600	0.568	0.553	0.537	0.525	0.517	
0.6	0.685	0.620	0.602	0.580	0.565	0.557	0.550
0.7		0.674	0.648	0.623	0.605	0.595	0.586
0.8			0.695	0.665	0.645	0.630	0.618
0.85				0.686	0.665	0.645	0.634

Таблица 5.Тяга "малого газа". $P_{\text{мг}}(H, M)$, кг.

	$H_{\text{км}}=0$	2	4	6	8	10	12
$M=0$	1200.						
0.1	920.	1200.					
0.2	646.	900.	1190.				
0.3	430.	640.	890.	1180.			
0.4	260.	420.	630.	900.	1160.		
0.5	140.	240.	410.	660.	940.	1140.	
0.6	80.	100.	230.	460.	740.	960.	1120.
0.7		60.	90.	300.	560.	800.	970.
0.8			40.	180.	400.	660.	860.
0.85				140.	330.	590.	825.

2. Расчет летно-технических характеристик.

2.1 Горизонтальный полет для различных высот с использованием метода тяг.

Основные уравнения горизонтального полета самолета имеют вид:

$$\dot{V} = g \left(\frac{P \cos \alpha - C_x q S}{mg} - \sin \theta \right) = 0,$$
$$\dot{\theta} = \frac{g}{V} \left(\frac{P \sin \alpha + C_y q S}{mg} - \cos \theta \right) = 0,$$

где m - масса самолета, V - скорость полета, q - скоростной напор, P - тяга двигателя, α - угол атаки, θ - угол наклона траектории, S - характерная площадь, g - ускорение свободного падения, C_y , C_x - коэффициенты подъемной силы и сопротивления.

$$\theta = 0^\circ, \quad q = 0.5 \rho V^2, \quad g = 9.807 \text{ м/с}.$$

Плотность атмосферы ρ в зависимости от высоты H изменяется по экспоненциальному закону и на высотах $0 \div 10$ км может быть аппроксимирована функцией $\rho(H) \approx \rho_0 e^{-\lambda H}$, где $\rho_0 = 1.225$ кг/м³, $\lambda = 1/(10 \text{ км})$, т. е. на высоте 10 км плотность атмосферы примерно в e раз меньше, чем у поверхности земли. При проведении расчетов можно использовать эту формулу, либо данные стандартной атмосферы, откуда следует брать значения скорости звука $a_{зв}(H)$.

Расчеты следует проводить для среднего значения массы самолета, которую можно определить как

$$m_{\text{ср}} = 0.5 \cdot (m_{\text{взл}} + m_{\text{пос}}).$$

Для значений высоты полета 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 км следует определить три основных режимов полета V_{min} , P_{min} , V_{max} и четыре промежуточных, по 2 при $V > V_{\text{min}}$ и при $V < V_{\text{max}}$.

Режим V_{min} определяется в основном ограничением по величине коэффициента подъемной силы $C_y \leq C_{y \text{ доп}}$ (табл. 2) и только на больших высотах (около 9 км и выше) определяется ограничением $P \leq P_{\text{расп}} = 2P_{\text{max}}$ (табл. 3).

Режим P_{min} соответствует полету в районе максимальных значений аэродинамического качества K_{max} , которое достигается для рассматриваемой поляры при

$$C_y(K_{\text{max}}) = \sqrt{\frac{C_{x0}}{A} + C_{ym}^2}, \quad \alpha(K_{\text{max}}) = \frac{C_y(K_{\text{max}})}{C_y^\alpha} + \alpha_0.$$

Режим V_{max} на малых высотах определяется ограничением по величине скоростного напора ($q \leq q_{\text{max}} = 20 \text{ кп/м}^2$), а, начиная с высоты около 7 км, ограничением $P \leq P_{\text{расп}}$.

Следует также определить статический потолок, т. е. наибольшую высоту горизонтального полета. На этой высоте будет только одна точка, так все режимы полета будут совпадать. Для каждой высоты полета необходимо фиксировать следующие параметры: скорость полета V , скоростной напор q , угол атаки α , аэродинамическое качество K , значения аэродинамических

коэффициентов C_y, C_x , потребную тягу двигателей P , располагаемую тягу двигателя $P_{расп} = 2P_{max}$. Полученные результаты оформить графически.

Всего имеется 2 алгебраических нелинейных уравнения, а неизвестных параметров 3: угол атаки, скорость полета и тяга двигателя. Порядок вычислений может быть таким. Поскольку при $M \leq 0.4$ аэродинамические характеристики самолета остаются постоянными, то, задавая угол атаки, можно определить значения аэродинамических коэффициентов C_y, C_x и затем найти 2 других неизвестных параметра (скорость полета и тягу двигателя) по аналитическим формулам.

$$P = \frac{C_x q S}{\cos \alpha}, \quad q = \frac{mg}{S(C_y + C_x \operatorname{tg} \alpha)}.$$

Располагаемая тяга двигателя определяется с помощью формулы линейной интерполяции:

$$y(x) = y(x_1) + \frac{[y(x_2) - y(x_1)](x - x_1)}{(x_2 - x_1)}.$$

При $M > 0.4$ аэродинамические характеристики изменяются с ростом числа M , поэтому порядок вычислений должен быть другой. Сначала задается скорость полета V , вычисляется число Маха M , скоростной напор q и затем нужно найти угол атаки α и тягу P , но аналитически это сделать трудно, поэтому целесообразно применить итерационный метод, воспользовавшись приближенной формулой, погрешности которой тем меньше, чем меньше угол атаки и больше аэродинамическое качество K

$$C_y q S \approx mg.$$

Из этой формулы определяется угол атаки, затем вычисляются значения коэффициента C_x , тяги P и перегрузки n_y по формуле

$$n_y = \frac{P \sin \alpha + C_y q S}{mg}.$$

Уточненное значение коэффициента C_y можно получить из формулы

$$C_y = C_y + \frac{mg(n_y - 1)}{qS}.$$

В каждом расчете следует проверять выполнение ограничений

$$C_y \leq C_{y \text{ доп}}, \quad q \leq q_{\max}, \quad P \leq P_{\text{расп}}.$$

Для нахождения точек перехода с одного ограничения на другое, например с ограничения $C_y \leq C_{y \text{ доп}}$ на $P \leq P_{\text{доп}}$, необходимо вычислять значение располагаемой тяги для произвольной высоты полета по формулам двойной интерполяции:

$$P_1 = P_{\max}(H_1, M_1) + \frac{[P_{\max}(H_1, M_2) - P_{\max}(H_1, M_1)](M - M_1)}{M_2 - M_1},$$

$$P_2 = P_{\max}(H_2, M_1) + \frac{[P_{\max}(H_2, M_2) - P_{\max}(H_2, M_1)](M - M_1)}{M_2 - M_1},$$

$$P(H, M) = P_1 + \frac{(P_2 - P_1)(H - H_1)}{H_2 - H_1}.$$

2.2 Построение области возможных режимов полета в координатах (H, M) .

Для построения этой области необходимо выписать из предыдущих расчетов граничные точки для каждой высоты полета, т. е. режимы V_{\min} , V_{\max} и затем построить график, при этом следует определить точки перехода с ограничений $C_y \leq C_{y\text{доп}}$, $q \leq q_{\max}$ на ограничение $P \leq P_{\text{расп}}$. На рис. 5 приведены результаты расчетов для первого варианта, в котором все 7 коэффициентов равны нулю, $K_i = 0$.

3. Расчет траектории полета.

Основная цель данного раздела заключается в определении расхода массы топлива, времени полета и пройденного расстояния для каждого этапа полета.

3.1 Выбор наиболее выгодного режима крейсерского полета для нескольких значений массы самолета ($\Delta m = 5$ кг).

Для расчета траектории крейсерского полета к двум основным уравнениям необходимо добавить уравнение расхода массы топлива

$$\frac{dm_T}{dt} = \frac{C_e P}{3600} \quad \text{или} \quad \frac{dm_T}{dL} = \frac{C_e P}{3600V} = C_{уд},$$

где $C_{уд}$ - коэффициент удельной дальности. Магистральные самолеты имеют обычно большое аэродинамическое качество ($K > 10$), поэтому значение тяги двигателя в горизонтальном полете можно получить из приближенной формулы

$$P \approx \frac{mg}{K},$$

что позволяет получить известную аналитическую формулу для дальности полета

$$\frac{dm_T}{dL} = \frac{C_e mg}{3600VK} = -\frac{dm}{dL}, \quad \frac{dm}{m} = -\frac{C_e g dL}{3600VK}, \quad L = \frac{3600VK}{C_e g} \ln \frac{m_0}{m}.$$

Однако, эта формула справедлива, если в процессе полета остаются постоянными скорость полета V , аэродинамическое качество K и удельный расход топлива C_e , который для турбореактивных двигателей зависит от высоты полета H , числа M и степени дросселирования двигателя, коэффициента C_R . В результате возникает задача определения наиболее выгодных условий полета при каждом значении массы самолета, обеспечивающих максимальную дальность полета при заданном запасе топлива, что эквивалентно минимизации коэффициента удельной дальности $C_{уд}$ в каждой точке траектории или в нескольких точках, в зависимости от отношения запаса топлива к конечной массе самолета. Для рассматриваемого самолета целесообразно выбрать $\Delta m = 5$ кг. Эта задача может быть решена с помощью метода условной оптимизации, который позволяет найти минимум функции при наличии условий связи, заданных в виде равенств. Таким образом, необходимо найти минимум функции

$$F = \frac{C_e C_R P}{3600V} + \lambda_1 (P \cos \alpha - C_x q S) + \lambda_2 (P \sin \alpha + C_y q S - mg),$$

где λ_1, λ_2 - множители Лагранжа. Необходимым условием минимума функции F является равенство нулю ее первых производных по всем неизвестным параметрам, включая множители Лагранжа ($H, V, P, \alpha, \lambda_1, \lambda_2$), причем производные по множителям Лагранжа совпадают с соотношениями, справедливыми для установившегося горизонтального полета. Следует отметить, что вычисление производных, например $\frac{\partial P_{\max}}{\partial H}, \frac{\partial P_{\max}}{\partial V}, \frac{\partial C_x}{\partial V}$ и т. д., может вызвать

определенные трудности, поскольку функции $P_{\max}(H, M), C_e(H, M), A(M), C_y^\alpha(M)$, заданы таблично. В результате получится система из 6 нелинейных алгебраических уравнений с 6-ю неизвестными, которая может быть решена с использованием численных методов оптимизации.

Другой более простой путь заключается в использовании прямого метода, т. е. в поиске для каждого значения высоты полета H , наиболее выгодных условий горизонтального полета, обеспечивающих минимум функции F , при этом множители Лагранжа вычислять не нужно, поскольку выражения в скобках будут равны нулю, а сама функция F будет совпадать с коэффициентом удельной дальности $C_{уд}$, который можно представить в следующем виде:

$$C_{уд} = \frac{C_e C_R P}{3.6V}, \text{ (кг топлива/км).}$$

Таким образом, задача сводится к поиску высоты полета, на которой достигается наименьшее из минимальных коэффициентов удельной дальности, вычисленных для различных значений высоты полета H . При выборе начального значения высоты полета, следует иметь в виду, что область возможных режимов полета построена для среднего значения массы самолета, причем наибольшая высота полета получена для $P = P_{расп}$, т. е. при $R = 1$.

Результаты расчетов для первого варианта приведены на рис. 2 и в табл. 6. Хорошо видно, что полет должен происходить при $M \approx 0.75, R \approx 0.79$, при этом большее значение массы требует использования большей тяги двигателей и уменьшение массы самолета на 5 кг позволяет увеличить высоту полета примерно на 400 м.

Таблица 6. Крейсерский полет.

	1	2	3	4	5
m , кг	80.000	85.000	90.000	95.000	100.000
H , км	11.448	10.933	10.521	10.111	9.712
V , м/с	221.176	221.519	222.980	224.259	224.877
q , кН/м ²	8.321	9.028	9.634	10.257	10.832
M	0.750	0.750	0.750	0.750	0.748
α°	4.242	4.134	4.092	4.051	4.042
C_x	0.036	0.035	0.034	0.034	0.034
C_y	0.559	0.547	0.543	0.538	0.536
K	15.678	15.728	15.737	15.761	15.810
P , кН	49.941	52.893	55.971	58.992	61.905
$P_{расп}$, кН	62.536	67.363	71.220	75.062	78.767
R	0.799	0.785	0.786	0.786	0.786
$C_e \frac{\text{кг ТОП}}{\text{кг ЧПОЛ}}$	0.605	0.608	0.610	0.612	0.613
C_R	0.904	0.906	0.906	0.906	0.906
$C_{уд} \frac{\text{кг ТОП}}{\text{км}}$	3.497	3.724	3.929	4.132	4.333

3.2 Взлет и набор высоты.

Расчет траектории взлета и набора высоты можно выполнить только, если разбить всю траекторию на отдельные участки и рассматривать их по отдельности, начиная с момента начала разбега. Такой подход позволяет избежать необходимости интегрирования дифференциальных уравнений движения самолета и учесть изменение конфигурации самолета в процессе взлета и набора высоты. При расчете движения самолета на этапе взлета следует использовать аэродинамические характеристики, соответствующие этому режиму (табл. 2), и всю располагаемую тягу двигателей $P = 2P_{\max}$. Первым участком является разбег, значения параметров в начальный момент времени будут обозначаться индексом "0", а в момент отрыва от взлетно-посадочной полосы (ВПП) индексом "1". Уравнение движения самолета по ВПП имеет вид:

$$\dot{V} = \frac{P \cos \alpha - C_x q S}{m} - \frac{F_{\text{тр}}}{m},$$

где сила трения $F_{\text{тр}}$ зависит от нагружения носовой и главных стоек шасси

$$F_{\text{тр}} = f(mg - P \sin \alpha - C_y q S),$$

f - коэффициент трения, который следует принимать равным 0.02, что соответствует ВПП с сухим бетонным покрытием. В результате уравнение движения можно представить в следующем виде:

$$\dot{V} = \frac{P(\cos \alpha - f \sin \alpha)}{m} - fg - \frac{(C_x - fC_y)qS}{m}.$$

Уменьшения силы трения можно добиться за счет использования подъемной силы, однако, увеличение угла атаки приводит к росту коэффициента C_x и силы сопротивления. Существует оптимальное значение угла атаки, которое целесообразно использовать перед отрывом самолета от ВПП

$$\alpha_{\text{опт}} = \frac{f}{2AC_y^{\alpha}}.$$

Из этой формулы следует, что $\alpha_{\text{опт}}$ в первую очередь зависит от состояния ВПП и для грунтовых полос по величине в несколько раз больше, чем для бетонных в соответствии с разными значениями коэффициентов трения. Эти рассуждения справедливы для поляры вида $C_x = C_{x0} + AC_y^2$. В нашем случае за счет использования предкрылков и закрылков на этапе взлета самолет имеет значительную подъемную силу при нулевом угле атаки, поэтому для определения длины разбега следует считать $\alpha = 0^\circ$ и использовать аналитическую формулу

$$L_1 = L_{0\text{тр}} = -\frac{m_{\text{ср}}}{\rho(C_x - fC_y)S} \ln \left[1 - \frac{(C_x - fC_y)\rho V_{\text{отр}}^2 S}{2m_{\text{ср}}g \left(\frac{P_{\text{ср}}}{m_{\text{ср}}g} - f \right)} \right],$$

где $C_x = C_{x0}$, $C_y = C_{ym}$, m_{cp} , P_{cp} - средние на этапе разбега значения массы самолета и тяги двигателей (располагаемой), а скорость отрыва $V_{отр} = V_1$ определяется из условия

$$\frac{C_{yотр} \rho V_{отр}^2 S}{2m_1 g} = 1.$$

Коэффициент подъемной силы в момент отрыва $C_{yотр}$ определяется в соответствии с нормами летной годности $C_{yотр} = 0.85 C_{удоп}$. Следует заметить, что такой подход предполагает, что самолет разгоняется до скорости $V_{отр}$ и затем мгновенно увеличивает угол атаки до величины

$$\alpha_{отр} = \frac{C_{yотр}}{C_y^\alpha} + \alpha_0.$$

Расчет наиболее рационально производить методом итераций. Порядок вычислений должен быть следующий. Сначала предполагается, что масса самолета в процессе разбега остается постоянной, т. е. $m_1 = m_0$. В этом случае определяется $V_{отр}$, средние значения тяги двигателей и расхода топлива

$$P_{cp} = 0.5 \cdot [P_{расп}(0) + P_{расп}(V_1)],$$

$$C_{e\ cp} = 0.5 \cdot [C_e(0) + C_e(V_1)]$$

и длину разбега $L_{отр}$. Затем нужно вычислить среднее значение ускорения на этапе разбега

$$\dot{V}_{cp} = 0.5 \cdot [\dot{V}(0) + \dot{V}(V_{отр})] = 0.5 \cdot [\dot{V}_0 + \dot{V}_1],$$

определить время разбега

$$t_1 = \frac{V_{отр}}{\dot{V}_{cp}}$$

и расход массы топлива

$$\Delta m_t = \frac{C_{e\ cp} P_{cp}}{3600}.$$

Время разбега можно определять также по более точной формуле

$$t_1 = \frac{1}{2gab} \left[\ln \frac{1 + \frac{b}{a} V_{отр}}{1 - \frac{b}{a} V_{отр}} \right],$$

где $a = \sqrt{\frac{P_{cp}}{mg} - f}$, $b = \sqrt{\frac{(C_x - fC_y)\rho S}{2mg}}$.

Теперь можно вычислить массу самолета в момент отрыва от ВПП и сделать вторую итерацию: уточнить скорость отрыва и определить уточненные значения всех остальных параметров.

$$m_1 = m_0 - \Delta m_t, \quad V_1 = \sqrt{\frac{2m_1 g}{C_{yотр} \rho S}} \text{ и т. д.}$$

Следует отметить, что в случае $C_x = fC_y$ производная скорости не зависит от скоростного напора и параметры движения могут быть получены в более простом виде (хотя для рассматриваемого самолета при $f = 0.02$ это условие не выполняется):

$$V = \left(\frac{P}{m} - fg \right) t, \quad t_1 = \frac{V_1}{\left(\frac{P}{m} - fg \right)}, \quad L_1 = \frac{V_1^2}{2 \left(\frac{P}{m} - fg \right)}.$$

Второй участок взлета начинается с момента отрыва от ВПП и заканчивается в соответствии с нормами летной годности на высоте $H_2 = 10.7$ м, при этом должно выполняться условие $V_2 \geq 1.15 \cdot V_1$. Момент окончания второго участка обозначается индексом “2”. Для определенности примем, что в момент окончания второго участка $V_2 = 1.15 \cdot V_1$, $\theta_2 = 2^\circ$. Здесь удобно применить энергетический подход и воспользоваться соотношением

$$\Delta E = E_2 - E_1 \approx F_{\text{cp}} \Delta L,$$

где $E_{1,2} = mgH_{1,2} + 0.5 \cdot mV_{1,2}^2$ - полная энергия в начале и в конце второго участка, $F_{\text{cp}} = 0.5 \cdot (F_1 + F_2)$ - среднее значение активных сил, совершающих работу, ΔL - длина второго участка,

$$F_{1,2} = P_{1,2} \cos \alpha_{1,2} - C_{x_{1,2}} q_{1,2} S.$$

Также как и для первого участка в первой итерации предполагается, что масса самолета остается постоянной, затем, зная длину участка и среднюю скорость, можно вычислить время окончания второго участка, определить расход топлива и перейти ко второй итерации.

На третьем участке должен происходить набор высоты и дальнейшее увеличение скорости полета. Будет считать, что на этом участке взлета угол наклона траектории остается постоянным $\theta_2 = \theta_3 = 2^\circ$ и участок заканчивается при достижении безопасной высоты полета, в качестве которой примем $H = 120$ м. Тогда протяженность третьего участка может быть определена из соотношения

$$\Delta L = (H_3 - H_2) \text{ctg} 2^\circ.$$

Далее, в первой итерации считаем скорость самолета и его массу на третьем участке постоянными, находим активные силы в начале и в конце участка и, применяя энергетический подход

$$\Delta E = E_2 - E_1 = F_{\text{cp}} \Delta L,$$

находим значение скорости полета V_3 , время t_3 и массу самолета m_3 в момент окончания третьего участка. Затем производится вторая итерация с уточненными значениями параметров.

Достигнув безопасной высоты полета, самолет может изменить конфигурацию, убрать закрылки, шасси и перейти к обычной полетной конфигурации. Обычно этот процесс занимает 5-10 секунд полета. Для упрощения можно считать, что это происходит мгновенно. Поэтому в момент окончания третьего участка необходимо выполнить дополнительный расчет с заменой аэродинамических характеристик, при этом тягу двигателей следует уменьшить до $0.8P_{\text{расп}}$, поскольку самолет не может длительное время лететь с использованием максимальных оборотов двигателей из-за возможности отказа.

Переход к обычной полетной конфигурации означает окончание взлета и возможность набора высоты для обеспечения наиболее выгодных условий крейсерского полета. Поскольку диапазон изменения высоты и углы наклона траектории должны заметно увеличиться, то, начиная с четвертого участка следует использовать более точные соотношения: которые учитывают изменение плотности атмосферы с высотой полета.

Таблица 7. Взлет и набор высоты.

t , сек	H , км	L , км	V , м/с	θ°	V_y , м/с	P , кп	m , кг	M	q , кп/м ²	α°	K
0.00	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000	248.1	100.0	0.000	0.000	0.000	0.000
46.00	0.000	1.814	78.88	0.000	0.000	205.5	99.88	0.232	3.811	0.000	0.000
46.00	0.000	1.814	78.88	0.000	0.000	205.5	99.88	0.232	3.811	10.30	9.666
59.03	0.011	2.920	90.71	2.000	3.166	200.0	99.85	0.267	5.035	6.570	9.826
91.01	0.120	6.050	105.1	2.000	3.667	192.4	99.76	0.309	6.684	3.708	8.254
91.01	0.120	6.050	105.1	2.000	3.667	157.8	99.76	0.309	6.684	7.458	15.50
140.9	0.150	12.39	149.2	4.850	12.61	144.5	99.66	0.439	13.43	3.061	18.47
301.9	2.000	37.21	160.2	3.738	10.44	124.4	99.35	0.482	12.91	3.262	18.43
518.4	4.000	73.31	173.7	2.681	8.128	105.2	99.00	0.535	12.37	3.489	18.30
802.6	6.000	124.4	186.2	1.862	6.049	90.02	99.00	0.588	11.44	3.887	18.17
1241.	8.000	208.5	198.1	0.969	3.349	74.56	98.06	0.643	10.32	4.397	17.43
2195.	9.800	403.4	210.3	0.253	0.927	63.17	97.07	0.700	9.37	4.863	16.37

2683.	9.980	509.5	224.5	0.156	0.619	62.51	96.59	0.749	10.44	4.046	16.78
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Фактически вместо условия $\dot{V} = 0$ следует использовать условие $\dot{q} = 0$, при этом предполагается, что угол наклона траектории будет медленно (квазистатически) изменяться и одновременно будет выполняться условие $\dot{\theta} \approx 0$. Таким образом, основные соотношения имеют вид:

$$\dot{q} = \frac{1}{2}\rho 2V\dot{V} - \lambda \dot{H} \frac{1}{2}\rho V^2 = \frac{1}{2}\rho V^2 \left[\frac{2}{V} \left(\frac{P \cos \alpha - C_x q S}{m} - g \sin \theta \right) - \lambda V \sin \theta \right] = 0,$$

или

$$\frac{P \cos \alpha - C_x q S}{mg} - \sin \theta \left(1 + \frac{\lambda V^2}{2g} \right) \approx 0,$$

$$\theta = \frac{g}{V} \left(\frac{P \sin \alpha + C_y q S}{mg} - \cos \theta \right) \approx 0.$$

В эти соотношения входят 5 неизвестных параметров H , V , P , θ и α . Значения высоты в начале и в конце участка набора высоты необходимо задавать, величину тяги можно выбирать, например, в виде $0.8P_{\text{расп}}(H, M)$. Остается 3 параметра и 2 соотношения. В качестве 3-го соотношения следует использовать условие максимальной скороподъемности или максимального значения вертикальной скорости $V_y = V \sin \theta$. В первой итерации масса самолета считается постоянной: во второй и последующих ее значение определяется по средней величине расхода топлива и продолжительности участка, которая оценивается на основе энергетического способа. Варьируя скорость и угол наклона траектории в конце каждого участка, можно выбрать значения V и θ , обеспечивающие максимум вертикальной скорости V_y . В качестве высоты окончания четвертого участка рекомендуется $H_4 = 150$ м, затем высота окончания пятого участка траектории набора высоты составляет $H_5 = 2$ км, а затем увеличивается на 2 км. Высота окончания последнего участка набора высоты, а также значение скорости полета должны совпадать со значениями, соответствующими крейсерскому полету,

Интервал времени для каждого участка может быть получен путем использования энергетического подхода, а также (за исключением четвертого участка) с помощью аналитической формулы, основанной на предположении о линейном характере изменения вертикальной скорости с высотой полета

$$\Delta t_i = \frac{H_i - H_{i-1}}{V_y(H_{i-1}) - V_y(H_i)} \ln \frac{V_y(H_{i-1})}{V_y(H_i)}.$$

Если вертикальная скорость на каком-то интервале высот изменяется незначительно, то интервал времени можно оценить по приближенной формуле

$$\Delta t_i \approx \frac{H_i - H_{i-1}}{0.5 \cdot [V_y(H_{i-1}) + V_y(H_i)]}.$$

Результаты расчетов для первого варианта исходных данных приведены в таблице 7.

3.3 Снижение и посадка.

Расчет траектории снижения и посадки следует начинать с момента окончания пробега по ВПП, так как именно для этого момента задано конечное значение массы самолета. Пробег является первым (последним) участком посадки. Аэродинамические характеристики следует выбрать из таблицы 2, соответствующие режиму пробега по ВПП, которые учитывают дополнительные изменения в конфигурации самолета, в частности выпуск интерцепторов для увеличения коэффициента сопротивления и уменьшения подъемной силы. Угол атаки так же как и для режима разбега можно считать равным нулю и, кроме того, тягу двигателей следует положить равной нулю, поскольку многие самолеты для уменьшения длины пробега используют реверс тяги, а в нашем случае такой информации нет. Таким образом, масса самолета на пробеге останется постоянной. Формула для расчета длины пробега имеет вид:

$$L_1 = L_{np} = \frac{m}{\rho(C_x - fC_y)S} \ln \left[1 + \frac{\rho(C_x - fC_y)SV_{\text{пос}}^2}{2mgf} \right],$$

где коэффициент трения f с учетом включения дифференциального торможения колес шасси следует положить равным 0.3 (для современных самолетов этот параметр меняется в пределах $0.2 \div 0.6$), $C_x = C_{x0}$, $C_y = C_{ym}$, причем для этого режима может выполняться условие $C_x = fC_y$, тогда следует более простые формулы, приведенные для участка пробега по ВПП.

Значение посадочной скорости $V_{\text{пос}} = V_1$ можно получить из условия посадки с нулевой вертикальной скоростью

$$C_{y \text{ пос}} \frac{1}{2} \rho S V_{\text{пос}}^2 = mg.$$

Выбор величины $C_{y \text{ пос}}$ (аэродинамические характеристики здесь должны соответствовать предыдущему режиму - режиму посадки) следует производить с учетом двух основных факторов: большие значения угла атаки, значит, и коэффициента $C_{y \text{ пос}}$ уменьшают посадочную скорость и посадочную дистанцию, но могут привести к трудностям при опускании передней стойки шасси и росту нагрузок. Поэтому ограничим посадочную скорость величиной 80 м/с, а посадочный угол атаки - 8° . Кроме того, посадочная скорость должна быть на $4 \div 5$ м/с меньше скорости самолета в начале предыдущего участка, т. е. скорости V_2 . Интервал времени Δt_1 или время движения самолета на участке пробега можно определить по приближенной формуле

$$\Delta t_1 = \frac{2L_1}{V_1}$$

или по более точной формуле

$$\Delta t_1 = \frac{1}{gab} \arctg \frac{bV_1}{a},$$

где $a = \sqrt{f}$, $b = \sqrt{\frac{C_x \rho S}{2mg}}$.

Заход самолета на посадку выполняется в посадочной конфигурации, на которую самолет переходит на высоте круга $H = 400$ м и сохраняет ее при снижении по глиссаде и на участке выравнивания до момента касания ВПП. Тяга двигателей определяется из условия выдерживания выбранной скорости полета, а на участке выравнивания, который является вторым участком

посадки, двигатели переводятся в режим "малого газа". Выравнивание начинается на высоте окончания глиссады планирования $H_2 = 15$ м, $\theta_2 = \theta$, $\theta_{\text{гл}} = -2.7^\circ$. Значение скорости при движении самолета по глиссаде в соответствии с нормами летной годности должно превышать минимальную скорость (в качестве которой можно принять скорость при полете на максимальном аэродинамическом качестве) не менее, чем на 15 процентов. Поэтому следует выбрать необходимые аэродинамические характеристики из таблицы 2, вычислить значение коэффициента $C_y(K_{\text{max}})$, определить минимальную скорость полета по глиссаде по формуле

$$V_{\text{min}} = \sqrt{\frac{2mg \cos\theta_c}{\rho S C_y(K_{\text{max}})}}$$

и умножить эту величину на 1.15, т. е. $V_2 = 1.15V_{\text{min}}$. Два неизвестных параметра угол атаки α и тяга двигателей P в начале второго участка определяются из двух алгебраических уравнений, аналогично режиму взлета. Расчет длины участка выравнивания производится энергетическим способом и на первой итерации масса самолета считается постоянной. Интервал времени Δt_2 определяется из формулы

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta L_2}{0.5(V_1 + V_2)}.$$

Затем вычисляется средний удельный расход топлива, считая, что на этом участке двигатели работают в режиме "малого газа", уточняется значение массы самолета в начале участка выравнивания и выполняется вторая итерация.

Третьим участком посадки является снижение самолета по глиссаде, при этом самолет выдерживает постоянной так называемую приборную скорость или можно считать, что скоростной напор остается постоянным. Таким образом, в начале третьего участка известны следующие параметры: $H_3 = 400$ м, $q_3 = q_2$, $\theta_3 = \theta_{\text{гл}}$. Длина третьего участка известна $L_3 = 385 \cdot \text{ctg}\theta_{\text{гл}}$, а интервал времени Δt_3 определяется аналогично предыдущему участку.

Четвертым участком посадки является полет самолета в посадочной конфигурации на высоте круга $H = 400$ м. Основная задача, которая должна быть выполнена самолетом на этом участке состоит в уменьшении скорости полета до величины, необходимой для снижения самолета по глиссаде. Для определенности можно принять, что в начале этого участка скорость самолета превышает скорость V_3 на 10 м/с и длина участка составляет 2 км. Это позволяет для первой итерации легко найти значения угла атаки и тяги двигателей, интервал времени Δt_4 , вычислить расход топлива и затем во второй итерации уточнить все необходимые параметры.

В точке, соответствующей началу четвертого участка, происходит смена конфигурации с обычной на посадочную. Для упрощения можно считать, что это происходит мгновенно. Поэтому в этой точке необходимо вычислить новые значения угла атаки и тяги двигателей, соответствующие обычной полетной конфигурации, при этом тяга двигателей становится значительно меньше: а угол атаки увеличивается, поскольку коэффициент подъемной силы должен остаться прежним. Эта точка является также конечной для участка снижения и наиболее простой способ построения траектории снижения с высоты крейсерского полета, удовлетворяющей требованиям безопасности полета и комфортабельности пассажиров, - это выбрать приемлемую программу снижения, т. е. для определенных значений высоты полета задать приемлемые значения скорости и угла наклона траектории. Для участка снижения

необходимо пользоваться такими же уравнениями, как и для режима набора высоты с учетом переменности плотности атмосферы.

Результаты построения траектории снижения и посадки для первого варианта исходных данных приведены в таблице 8.

Таблица 8. Снижение и посадка.

t , сек	H , км	L , км	V , м/с	θ°	V_y , м/с	P , кп	m , кг	M	q , кп/м ²	α°	K
0.00	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
27.63	0.000	0.954	69.04	0.000	0.000	0.00	0.000	0.203	2.919	0.000	0.000
27.63	0.000	0.954	69.04	0.000	0.000	12.55	0.000	0.203	2.919	6.996	7.831
33.32	0.015	1.359	73.39	-2.700	-3.457	12.04	0.002	0.216	3.294	5.158	7.506
33.32	0.015	1.359	73.39	-2.700	-3.457	67.27	0.002	0.216	3.294	5.051	7.480
143.5	0.400	8.164	74.82	-2.700	-3.524	67.37	0.152	0.221	3.299	5.057	7.481
143.5	0.400	8.164	74.82	0.000	0.000	104.4	0.152	0.221	3.299	5.011	7.470
170.2	0.400	10.16	84.82	0.000	0.000	123.1	0.194	0.250	4.240	1.980	6.356
170.2	0.400	10.16	84.82	0.000	0.000	12.75	0.194	0.250	4.240	9.761	12.82
228.3	0.450	15.82	110.0	-2.000	-3.839	8.475	0.216	0.325	7.096	5.338	18.13
504.7	2.000	51.72	150.0	-3.000	-7.850	6.434	0.323	0.451	11.32	2.922	18.24
743.9	4.000	89.93	170.0	-3.000	-8.897	7.203	0.391	0.524	11.84	2.799	17.62
970.0	6.000	129.5	180.0	-2.800	-8.793	10.25	0.472	0.569	10.69	3.261	17.96
1200.	8.000	171.9	190.0	-2.600	-8.619	13.93	0.577	0.617	9.491	3.840	17.88
1440.	10.00	218.7	200.0	-2.300	-8.026	16.70	0.703	0.668	8.270	4.554	17.02
1572.	11.00	245.4	205.0	-2.000	-7.154	18.20	0.776	0.695	7.665	4.987	16.35
1639.	11.35	259.3	210.0	-1.000	-3.665	32.73	0.816	0.712	7.618	4.962	16.01
1647.	11.40	261.4	221.2	-1.000	-3.860	33.43	0.822	0.750	8.384	4.264	15.67

4. Выводы.

Получена траектория полета самолета среднего класса типа ТУ-204 для 1 варианта начальных условий, включающая взлет, набор высоты, крейсерский полет, снижение и посадку на ВПП. Режим взлета и набора высоты, заканчивающийся на высоте 9.98 км, имеет продолжительность 2683 секунды и протяженность 509.5 км, при этом расходуется 3.41 т топлива. Крейсерский полет начинается на высоте 9.98 км (при массе 96.59 т) и заканчивается на высоте 11.36 км (при массе 80.82 т), средний коэффициент удельной дальности составляет 3.865 кг топлива на 1 км дальности. В результате протяженность участка крейсерского полета составляет 4080 км, полет происходит со средней скоростью 222.8 м/с, продолжительность полета - 18312 секунд или приблизительно 5 часов 5 минут. Режим снижения и посадки начинается на высоте 11.36 км, имеет продолжительность 1640 секунд и протяженность 259.5 км, при этом расходуется 0.817 т топлива.

Таким образом, полная продолжительность траектории полета составляет 22635 секунд или примерно 6 часов 17 минут, протяженность траектории полета - 4149 км.

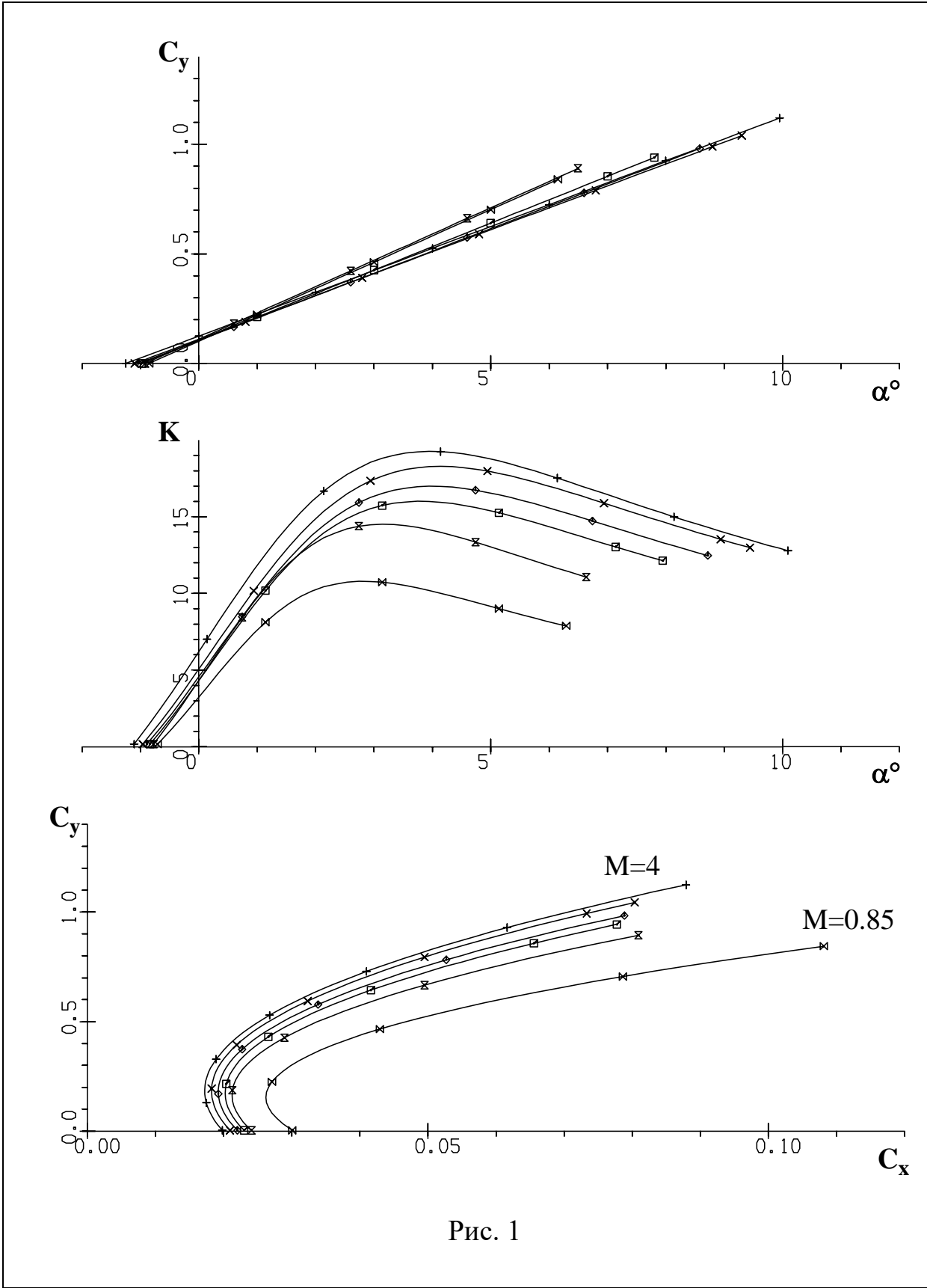


Рис. 1

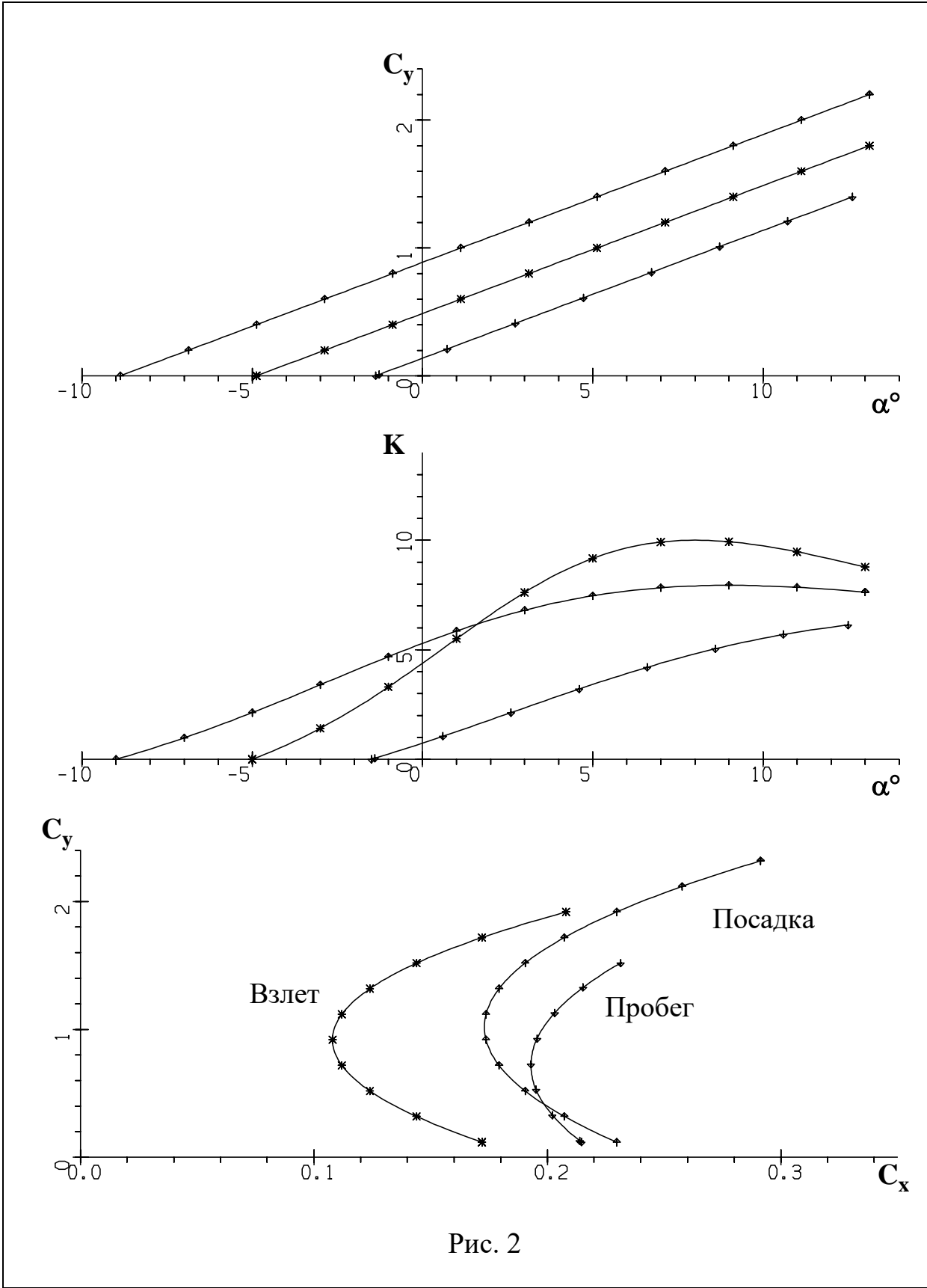


Рис. 2

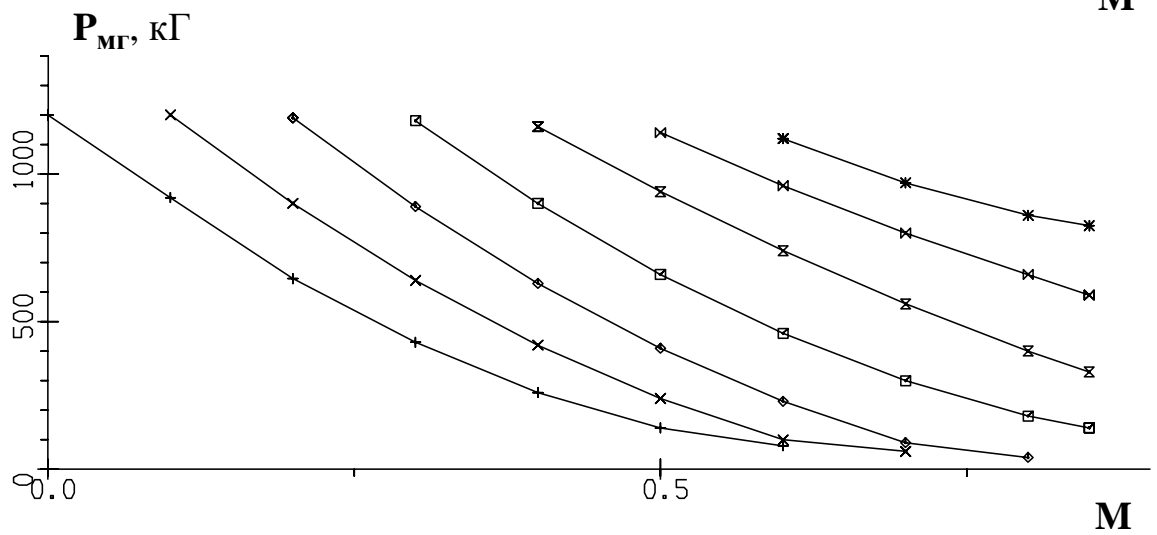
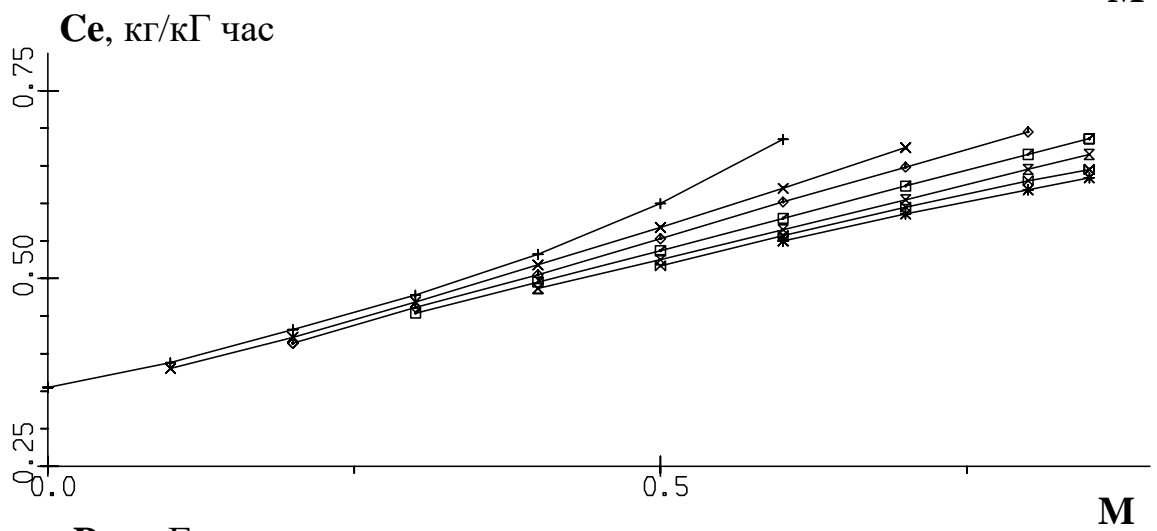
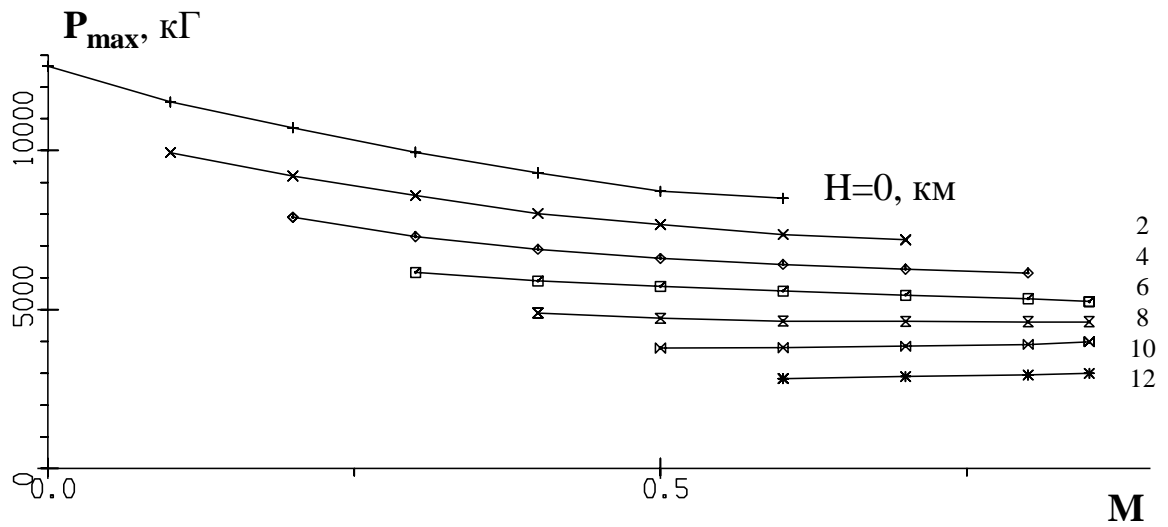


Рис. 3

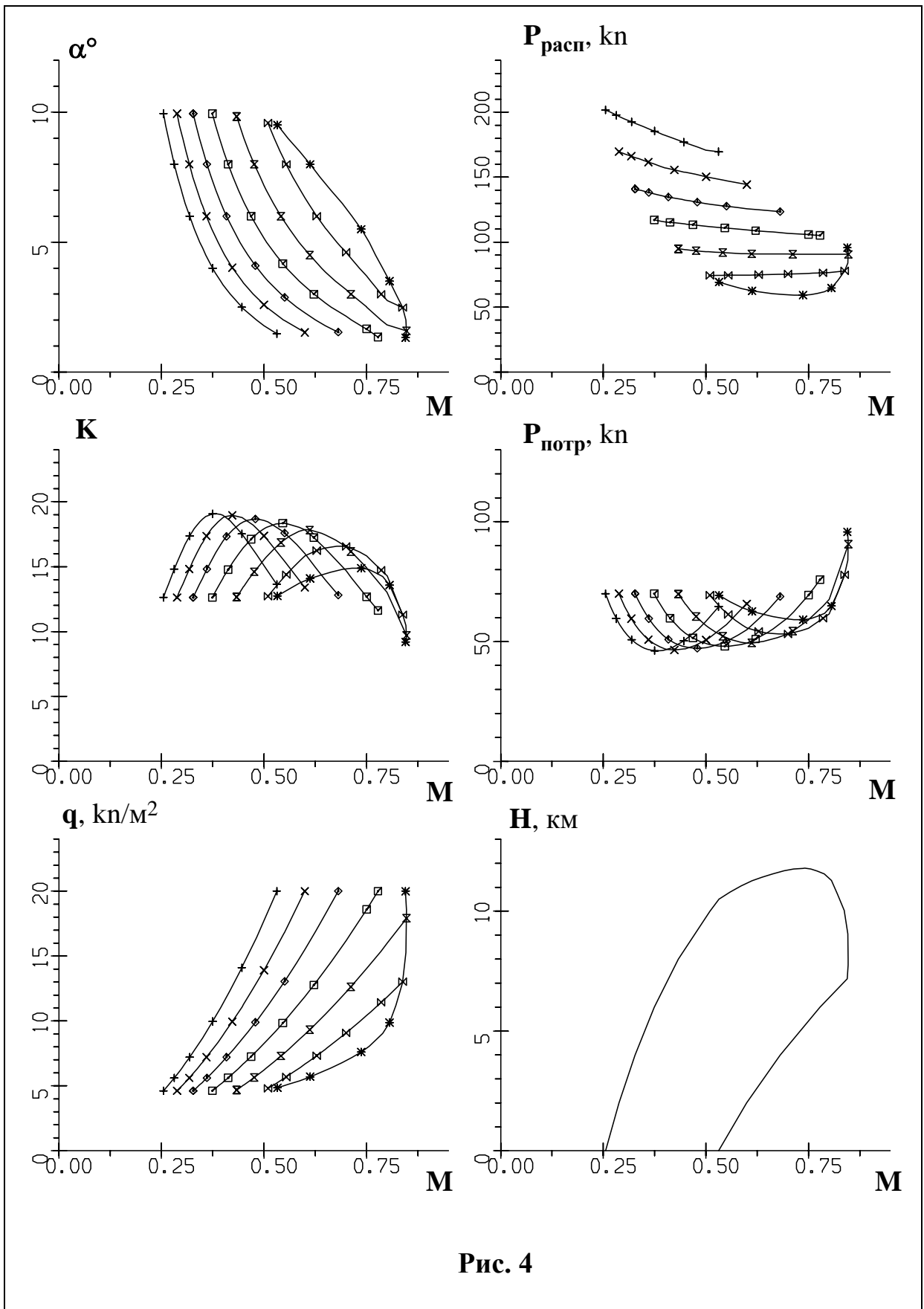


Рис. 4